

文章编号: 1000-8055(2008)12-2214-05

叶盘系统频率转向与模态耦合特性分析

王红建, 贺尔铭, 赵志彬

(西北工业大学 航空学院 西安 710072)

摘 要: 叶盘系统频率转向现象是系统模态间相互耦合的结果, 并在较大程度上影响系统的振动特性. 本文以系统模态能量的角度, 从叶盘系统特征方程中导出各子模态能量的表达式, 并利用集中参数模型, 系统地研究了叶盘系统频率转向特性与系统模态中各子模态能量的变化规律. 通过研究叶盘模态耦合能量的变化特性, 较为全面地分析和总结了系统频率转向与各子模态能量变化之间的内在联系.

关 键 词: 叶盘系统; 频率转向; 模态耦合; 模态能量; 特性分析

中图分类号: V231.92

文献标识码: A

Characteristic analysis of frequency veering and mode interaction of bladed disks

WANG Hongjian, HE Erming, ZHAO Zhibin

(School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Frequency veering in a bladed disk is the result of system mode interaction, which will greatly affect the vibrational characteristics of the system. In view of system modal power, the expressions of various sub-mode powers were derived from the eigenfunction of a bladed disk in this paper. By using a lumped parameter model, the characteristics of frequency veering and variations of sub-mode powers were systematically investigated. While studying comprehensively the variation features of the mode interaction power of the bladed disk, the interaction between frequency veering and variations of sub-mode powers was thoroughly analyzed and summarized. This method and conclusion could provide a fundamental theory for looking into the physical insight of frequency veering of a bladed disk.

Key words: bladed disk; frequency veering; mode interaction; mode power; characteristic analysis

频率转向现象是指系统特征值轨迹随某些系统特性参数先汇聚, 但不交叉, 再分离的现象. 该现象普遍存在于转子动力学^[1-2]及振动应用领域^[3-4]. 航空发动机叶盘结构的频率转向与转子转速^[5]和叶间相角或节径^[6]密切联系. 与叶间相角或节径有关的频率转向是叶片占优模态族与轮盘占优模态族相互耦合的结果^[7-9]. Bladh 等^[7]研究得出, 叶片占优模态族的应变能主要集中在叶片

上, 对系统固有频率影响较小; 轮盘占优模态族的应变能主要集中在轮盘上, 并对系统固有频率影响较大. Kenyon 等^[8-9]研究发现, 频率转向区中的系统模态高度密集, 因此在叶盘失谐受迫响应中有更多的系统模态参与振动响应, 使叶盘的失谐敏感性显著增加. Hussein 等^[10]指出, 频率转向位置和特性是影响叶盘失谐敏感性的重要因素.

目前对频率转向特性的研究还很不充分, 关

收稿日期: 2008-02-10; 修订日期: 2008-07-16

基金项目: 国家自然科学基金(50775181)

作者简介: 王红建(1968-), 男, 陕西西安人, 讲师, 研究方向为结构动力学, 机械振动.

于频率转向与模态耦合的机理认识还有待深入. 本文从叶盘系统模态能量的角度, 对频率转向区内外系统模态中的各子模态能量分布、叶盘模态耦合势能的变化、以及各子模态动势能之间的相互转换进行了较为深入的研究.

1 叶盘系统特征方程及模态能量表述

叶盘系统的运动方程通常表示为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f(t) \tag{1}$$

其中 x 是位移向量, M, C, K, f 分别是质量、阻尼、刚度矩阵和激振力向量. 叶盘系统的固有频率和模态阵型可由系统无阻尼自由振动特征方程确定

$$K\Phi_i = \omega_i^2 M\Phi_i \tag{2}$$

其中 Φ_i, ω_i 分别为第 i 阶系统模态和固有频率. 在 Φ 中包含了各扇区的叶片和轮盘各自由度的位移元素, 将 Φ 中的叶片和轮盘自由度元素分组, 即

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{Bi} \\ \Phi_{Di} \end{bmatrix} \tag{3}$$

其中下标“B”和“D”分别表示叶片和轮盘, Φ_{Bi}, Φ_{Di} 分别为第 i 阶系统模态中的叶片子模态和轮盘子模态. 同时(2)式中的刚度和质量矩阵也作相应调整, 其矩阵分块形式可表示为

$$K = \begin{bmatrix} K_{BB} & K_{BD} \\ K_{DB} & K_{DD} \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} M_B & 0 \\ 0 & M_D \end{bmatrix} \tag{4}$$

将(3)、(4)式代入(2)式, 并左乘 Φ_i^T, T 表示矩阵转置, 其结果可表示为

$$\begin{bmatrix} \Phi_{Bi}^T & \Phi_{Di}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{BB} & K_{BD} \\ K_{DB} & K_{DD} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_B \\ \Phi_D \end{bmatrix} = \omega_i^2 \begin{bmatrix} \Phi_{Bi}^T & \Phi_{Di}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_B & 0 \\ 0 & M_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{Bi} \\ \Phi_{Di} \end{bmatrix} \tag{5}$$

将(5)式按分块矩阵计算展开后可得

$$\Phi_{Bi}^T K_{BB} \Phi_{Bi} + \Phi_{Di}^T K_{DD} \Phi_{Di} + \Phi_{Di}^T K_{DB} \Phi_B + \Phi_{Bi}^T K_{BD} \Phi_{Di} = \omega_i^2 (\Phi_{Bi}^T M_B \Phi_{Bi} + \Phi_{Di}^T M_D \Phi_{Di}) \tag{6}$$

方程(6)左边表示叶盘系统模态的弹性势能, 由叶片子模态势能、轮盘子模态势能以及叶片与轮盘子模态通过叶盘刚度耦合的势能(称为叶盘耦合势能)组成; 方程右边表示叶盘系统模态动能, 由叶片子模态动能和轮盘子模态动能组成. 方程(6)实际上表示当叶盘系统在第 i 阶模态下振动时, 叶片与轮盘各种能量之间的相互联系. 将(6)式各项从子模态能量的角度定义为

叶片子模态势能 $E_{pb} = \Phi_{Bi}^T K_{BB} \Phi_{Bi}$; 轮盘子模

态势能 $E_{pd} = \Phi_{Di}^T K_{DD} \Phi_{Di}$.

叶盘模态耦合势能 $E_c = \Phi_{Di}^T K_{DB} \Phi_{Bi} + \Phi_{Bi}^T K_{BD} \Phi_{Di}$, 其中 $K_{DB} = K_{BD}^T$, 因此 $\Phi_{Di}^T K_{DB} \Phi_{Bi} = \Phi_{Bi}^T K_{BD} \Phi_{Di}$.

叶片子模态动能 $E_{kb} = \omega_i^2 \Phi_{Bi}^T M_B \Phi_{Bi}$; 轮盘子模态动能 $E_{kd} = \omega_i^2 \Phi_{Di}^T M_D \Phi_{Di}$.

于是, 方程(6)可化为

$$E_{pb} + E_{pd} + E_c = E_{kb} + E_{kd} \tag{7}$$

所以, 叶盘模态耦合势能可表示为

$$E_c = (E_{kb} + E_{kd}) - (E_{pb} + E_{pd}) \tag{8}$$

叶盘结构频率转向实际上表现为各子模态能量之间的相互转化, 叶盘系统模态包含了叶片和轮盘两个子模态, 因此系统模态振型的转换可从这两个子模态势能的变化中得到体现.

2 叶盘系统频率转向分析模型

叶盘集中参数模型见图 1, 该模型可方便进行系统参数调整, 以捕捉叶盘系统频率转向现象. 由于本文是针对叶盘系统频率转向现象的内在机理研究, 因此模型中的物理参数均采用无量纲参数, 并且系统的刚度参数均是关于叶片刚度进行无量纲化, 而质量参数则是关于叶片质量进行无量纲化.

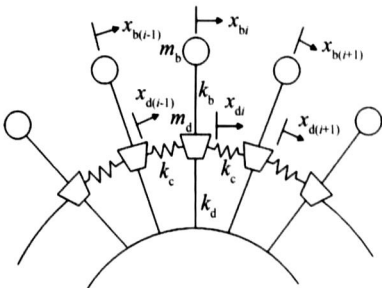


图 1 叶盘模型
Fig. 1 Model of bladed disks

模型参数如表 1 所示, 取模型叶片数为 16.

表 1 模型参数
Table 1 Parameters of model

参数	m_b	m_d	k_b	k_d	k_c
值	1	16.7	1	0.4	30.4

3 仿真分析

由特征方程(2)求出系统各阶固有频率和模态向量, 分解出叶片与轮盘子模态向量; 求出各节

径下各子模态的振动能量. 频率转向图见图 2, 模态族 1 和 2 分别为低阶和高阶模态族, 可分别对应实际叶盘中两种不同性质的模态族, 如弯曲和扭转模态族.

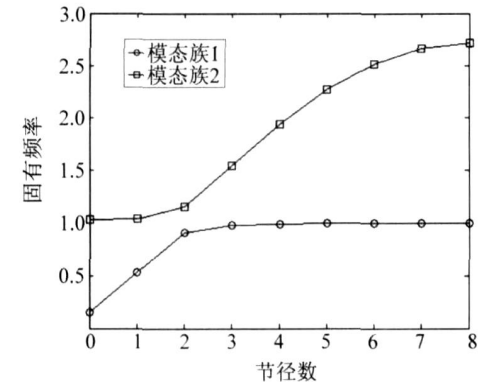


图 2 频率转向图

Fig. 2 Diagram of frequency veering

图 3 模态族 1 的叶片子模态势能呈现从低到高的走势与模态族 2 相反, 两曲线在节径 2 附近交汇. 图 4 与图 3 对于模态族 1 和 2 的变化趋势正好相反, 可知对于低阶模态族, 频率转向使系统模态势能从轮盘向叶片转移, 而高阶模态族则是从叶片向轮盘转移. 图 5 模态族 1 的叶盘模态耦合势在 2 节径后由增长变为减小, 模态族 2 则为持续增长. 图 6 叶片子模态动能之差反映了其动能之间的转化, 两种模态族的叶片子模态动能的转化正好相反. 叶片子模态动能之差的绝对值在节径 2 达到最大值 0.12. 图 7 轮盘子模态动能之差反映了其动能之间转化, 当模态族 1 在节径 2 附近时, 轮盘子模态动能之差要比叶盘模态耦合势能高出 0.12, 该值正是模态族 2 的叶片子模态动能之差在节径 2 处的值.

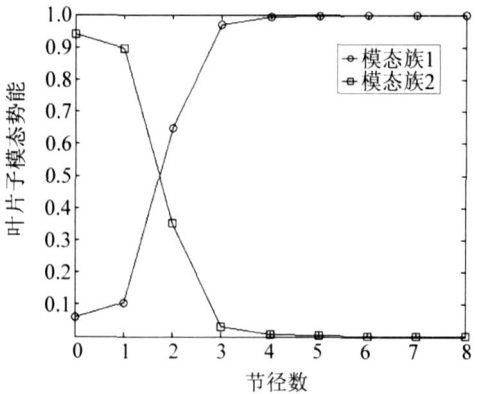


图 3 叶片子模态势能

Fig. 3 Potential energy of blade sub mode

由(8)式和各能量变化图的分析可知, 叶盘模态耦合势能主要与轮盘子模态动能相互转化; 在

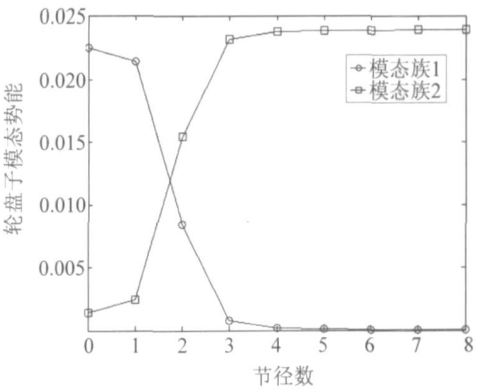


图 4 轮盘子模态势能

Fig. 4 Potential energy of disk sub mode

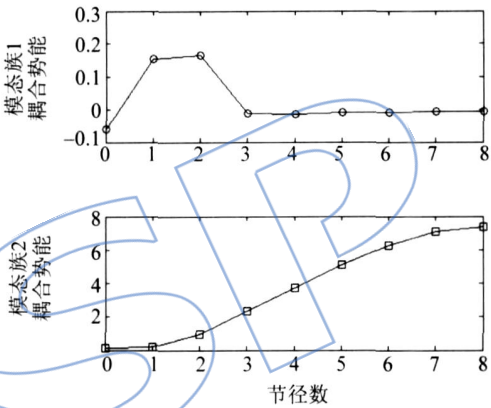


图 5 叶盘模态耦合势能

Fig. 5 Blade disk potential energy interaction

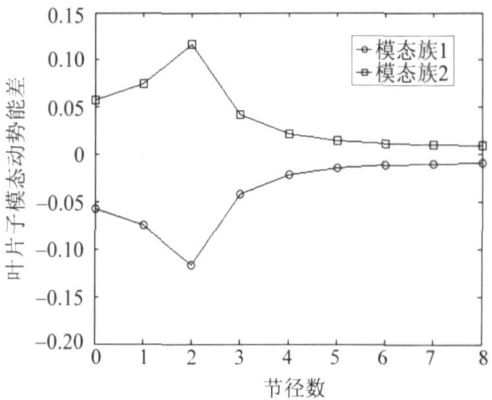


图 6 叶片子模态动能与势能之差

Fig. 6 Difference between kinetic and potential energy of blade sub mode

频率转向区域, 低阶模态族中的叶片子模态势能与轮盘子模态动能具有部分能量的相互转化, 而高阶模态族中的叶片子模态动能与轮盘子模态势能具有部分能量的相互转化.

调整 k_c 为 15.4 和 45.4 分别进行仿真. 发现频率转向呈现一种过渡形式如图 8, 缓慢过渡的频率转向对应较大的叶盘耦合强度, 如图 9 和图

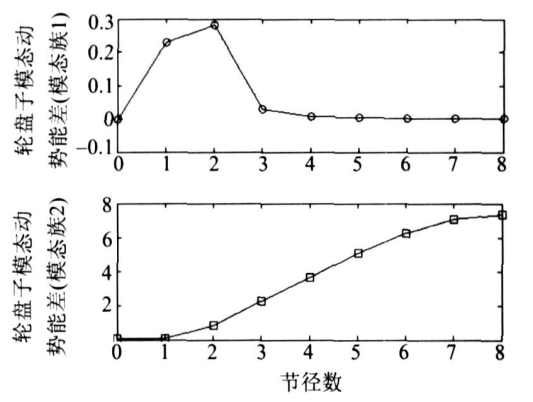


图 7 轮盘子模态动能与势能之差

Fig. 7 Difference between kinetic and potential energy of disk sub mode

10 的低阶模态族的叶盘模态耦合势能在频率转向区域的最大值比图 5 的分别高出 60% 和 30%. 频率转向区域附近, 叶片子模态动势能之差的变化趋于缓慢且峰值减小, 如图 11 叶片子模态动势能之差的峰值比图 6 的峰值减小 30%.

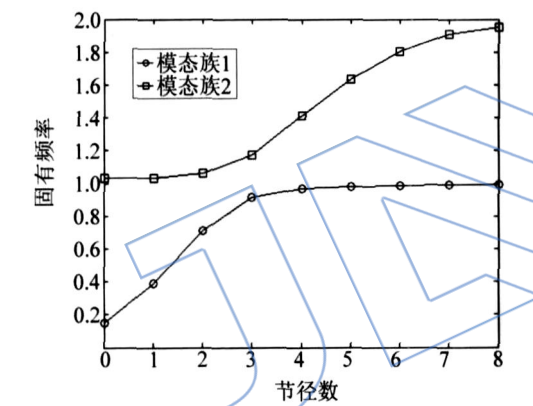


图 8 $k_c=15.4$ 时的频率转向曲线

Fig. 8 Diagram of frequency veering, $k_c=15.4$

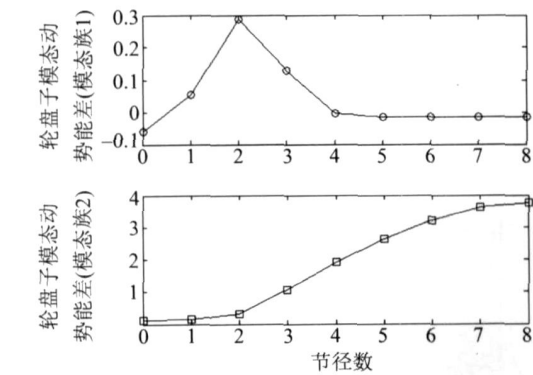


图 9 $k_c=15.4$ 时叶盘模态耦合势能

Fig. 9 Blade-disk potential energy interaction, $k_c=15.4$

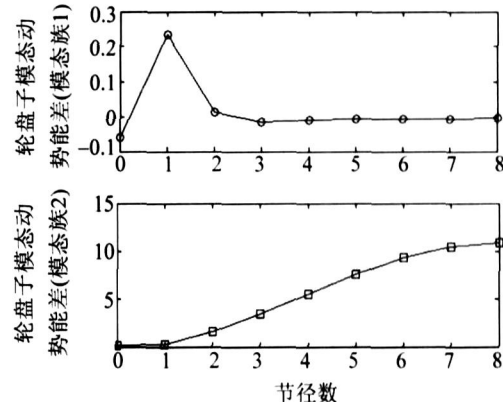


图 10 $k_c=45.4$ 时叶盘模态耦合势能

Fig. 10 Blade-disk potential energy interaction, $k_c=45.4$

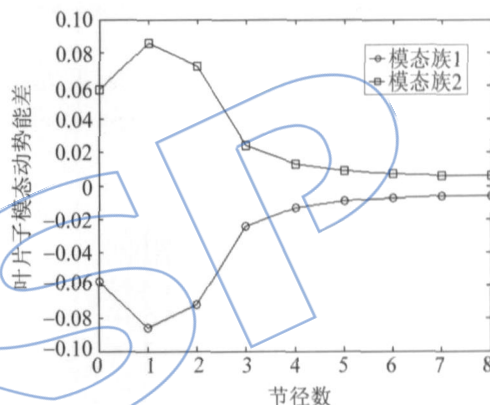


图 11 $k_c=45.4$ 叶片子模态动能与势能之差

Fig. 11 Difference between kinetic and potential energy of blade sub mode, $k_c=45.4$

4 结 论

本文从叶盘系统模态能量的角度, 系统地分析了叶盘频率转向与模态耦合的基本特性. 对系统模态中的叶片及轮盘的子模态势能、叶盘模态耦合势能以及各子模态动势能转换等问题进行了较为深入的分析. 研究表明:

- 1) 叶盘频率转向与系统模态中各子模态能量分布联系紧密. 节径增加使叶盘模态耦合势能由低阶向高阶模态族转移; 叶片子模态动势能之差在频率转向处达到最大.
- 2) 叶片和轮盘子模态势能经过频率转向区时, 低阶轮盘子模态势能向叶片子模态势能转移; 高阶叶片子模态势能向轮盘子模态势能转移.
- 3) 改变叶盘耦合刚度会使各子模态能量重新分布. 频率转向的缓慢变化使转向区的叶盘模态耦合势能增大, 而叶片子模态势能则减小, 且其变化也趋于平缓.

参考文献:

- [1] Crandall S H, Yeh N A. Automatic generation of component modes for rotordynamic substructures [J]. ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, 1989, 111: 6-10.
- [2] Jei Y-G, Lee C-W. Does curve veering occur in the eigenvalue problem of rotors [J]. ASME Journal of Vibration and Acoustics, 1992, 114: 32-36.
- [3] Kuttle J R, Sigillito V G. On curve veering [J]. Journal of Sound and Vibration, 1981, 74(4): 585-588.
- [4] Perkins N C, Mote C D. Comments on curve veering in eigenvalue problems [J]. Journal of Sound and Vibration, 1986, 74(4): 585-588.
- [5] Afolabi D, Mehmed O. On curve veering and flutter of rotating blades [J]. ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1994, 116: 702-708.
- [6] Bladh R, Pierre C, Castanier M P, et al. Dynamic response predictions for a mistuned industrial turbomachinery rotor using reduced order modeling [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2002, 124: 311-324.
- [7] Castanier M P, Ottarsson G. A reduced order modeling technique for mistuned bladed disks [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1997, 119: 439-447.
- [8] Kenyon J A, Griffin J H, Kim N E. Frequency veering effects on mistuned bladed disk forced response [C] // 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. Huntsville, Alabama: AIAA 2003-4976.
- [9] Kenyon J A, Griffin J H, Kim N E. Sensitivity of turned bladed disk response to frequency veering [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2005, 127: 835-842.
- [10] Hussein M I, Pierre C, Castanier M P. Correlation of tuned free vibration characteristics with mistuning sensitivity for a bladed disk [C] // 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Norfolk, Virginia: AIAA 2003-1544.